XI Produit vectoriel

Exercice 1
Soit deux vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\begin{pmatrix} x\ ;\ y\ ;\ z \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{\mathrm{BC}}\begin{pmatrix} x'\ ;\ y'\ ;\ z' \end{pmatrix}$.
Donner le lien existant entre les vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ si $\overrightarrow{\mathrm{AB}} \wedge \overrightarrow{\mathrm{BC}} = \overrightarrow{0}$

Exercice 2
Si $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - \vec{k}$ et $\overrightarrow{\mathrm{BC}} = \vec{i} + 4\vec{j} - 2\vec{k}$.

(a) **Déterminer** $\overrightarrow{\mathrm{AB}} \wedge \overrightarrow{\mathrm{BC}}$

(b) Que constatez vous ?

Exercice 3 :
Dans un repére orthonormal $(\vec{i}\ ;\ \vec{j},\ \vec{k})$, on donne deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$. Les vecteurs sont définis avec les composantes : $\vec{u}\begin{pmatrix} 1\ ;\ 1\ ;\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 2\ ;\ 1\ ;\ 2 \end{pmatrix}$.

(a) **Déterminer** $\vec{u} \wedge \vec{v}$.

(b) Déterminer l'angle entre les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

Exercice 4 Soient les vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ et $\overrightarrow{\mathrm{BC}} = 5\vec{i} + 5\vec{j}$

(a) **Déterminer** $\overrightarrow{\mathrm{AB}} \wedge \overrightarrow{\mathrm{BC}}$.

(b) **Déterminer** l'angle entre les vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$

(c) Soit le vecteur $\overrightarrow{\mathrm{C}}$ défini $2\vec{i} + \mathrm{C}_y\vec{j} + \mathrm{C}_z\vec{k}$.
Déterminer les composantes C_y et C_z afin que les vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{C}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ soient parallèles.

Exercice 5 Nous avons les vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{C}} = 2\vec{i} - 6\vec{j} - 3\vec{k}$ et $\overrightarrow{\mathrm{D}} = 4\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$.

(a) **Déterminer** les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{\mathrm{E}}$. Tel que $\overrightarrow{\mathrm{E}}$ soit perpendiculaire à $\overrightarrow{\mathrm{C}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{D}}$

(b) Déterminer l'angle entre les vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{C}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{D}}$.

XII Travail personnel

Pour ces exercices, nous nous plaçons dans un repère orthonormé direct $(\mathrm{O}; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j})$.

Exercice 1 :

Soient deux vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 1 ; 2 ; -3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} 2 ; 1 ; 5 \end{pmatrix}$

(a) **Dire** si les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires. (**Justifier** votre réponse)

(b) **Dire** si les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont orthogonaux. (**Justifier** votre réponse)

(c) **Déterminer** l'angle entre les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$

(d) **Déterminer** les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{w}$ perpendiculaire aux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$.

Exercice 2 :

on considère un triangle ABC avec $\mathrm{A}\begin{pmatrix} 2 ; -1 ; 1 \end{pmatrix}$, $\mathrm{B}\begin{pmatrix} 1 ; -3 ; -5 \end{pmatrix}$ et $\mathrm{C}\begin{pmatrix} 3 ; -4 ; -4 \end{pmatrix}$.

(a) **Déterminer** les longueurs des côtés du triangle ABC.

(b) **Déterminer** une mesure des différents angles du triangle ABC.

Exercice 3 :

Soient les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$.

Déterminer $\overrightarrow{u} \wedge \overrightarrow{v}$ pour les vecteurs suivants.

(a) $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 1 ; -1 ; 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} -2 ; 3 ; 1 \end{pmatrix}$

(b) $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} -1 ; 1 ; 2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} 1 ; 0 ; -1 \end{pmatrix}$

(c) $\overrightarrow{u} = 4\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j} + 6\overrightarrow{k}$ et $\overrightarrow{v} = 2\overrightarrow{i} + 5\overrightarrow{j} - 3\overrightarrow{k}$

(d) $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 2 ; -1 ; 5 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} 3 ; 7 ; 6 \end{pmatrix}$

Exercice 4 :

Soit $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 1 ; -2 ; 3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 2 ; 4 ; 5 \end{pmatrix}$

(a) **Déterminer** l'angle entre ces deux vecteurs.

(b) **Donner** les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{w}$ tel que $\overrightarrow{w}$ soit perpendiculaire aux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$.

(c) **Donner** les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{m}$ tels que les vecteurs $\overrightarrow{m}$ et $\overrightarrow{u}$ soient colinéaires

Exercice 5 :

Soient $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{v} = 3\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}$ et $\overrightarrow{w} = \overrightarrow{i} + 5\overrightarrow{j} + 3\overrightarrow{k}$

(a) **Déterminer** le vecteur $\overrightarrow{m} = 2\overrightarrow{u} - 3\overrightarrow{v} + 4\overrightarrow{w}$

(b) **Donner** les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{n}$ tel que $\overrightarrow{n}$ soit perpendiculaire aux vecteurs $\overrightarrow{m}$ et $\overrightarrow{v}$.

(c) **Vérifier** si les vecteurs $\overrightarrow{n}$ et $\overrightarrow{m}$ sont bien orthogonaux. (**justifier** votre réponse)