CHAPITRE 6

DÉRIVABILITÉ

- Via un smartphone : **scanner** le Qr - CODE.
- Via un ordinateur : **Cliquer** sur laPage Web

- **Recopier** le site (https ://maths-sciences.neocities.org/BTS-CM/Derivation/cours.html)

I Dérivation

Dans cette partie, f est une fonction numérique définie sur un intervalle I, C sa courbe représentative dans un repère. a et x sont deux réels distincts de I

I.1 Nombre dérivé en un point

On souhaite trouver une fonction affine (droite) qui réalise une bonne approximation de la fonction f au voisinage d'un point d'une courbe.
Définition

i. Le taux de variation de la fonction f entre a et x est le quotient : $\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}$.

ii. Avec $x = a + h$, ce quotient s'écrit aussi : $\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$.

iii. f est dérivable en a et on note cette dérivée $f'(a)$ si la limite suivante existe :

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}.$$

$$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}.$$

Activité 17 :
Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$.

i. **Déterminer** si la fonction f(x) est dérivable pour a = 2.

ii. **Déterminer** si f'(2).

Activité 18 :
Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \frac{1}{x}$.

i. **Déterminer** la dérivé de f(x) pour a = 1.

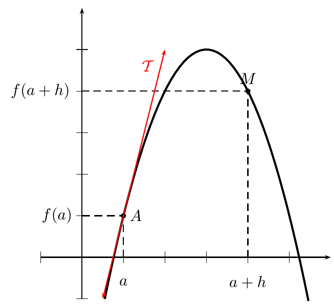
ii. **Déterminer** si la fonction f(x) est dérivable pour a = 0.

Activité 19 :
Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \sqrt{x}$.

Déterminer f'(a) puis en déduire f'(3). **Déterminer** si f(x) est dérivable pour a = 0.

Activité 20 :
Soient les fonctions f définie sur $\mathbb{R}$. **Dire** si les fonctions sont dérivables en a. **En déduire** f'(a).

- $f(x) = ax + 1$ pour a = 1
- $g(x) = x^2 + x$ pour a = -1
- $h(x) = \sqrt{2x + 1}$ pour a = -1
- $h(x) = e^{2x + 1}$ pour a = -1



Interprétation graphique :
Lorsque h se rapproche de 0, le point M se rapproche du point A.
Ainsi, la droite (AM) se rapproche de la tangente $\mathcal{T}$ au point A
$f'(a)$ correspond au coefficient directeur de la tangente $\mathcal{T}$ au point d'abscisse a.

I.2 Équation de la tangente

Soit f une fonction numérique définie sur un intervalle I et dérivable en $a \in$ I.
La tangente $\mathcal{T}_a$ en a à la courbe C_f a pour équation :

$$\mathcal{T}_a : y = f'(a)(x - a) + f(a).$$

Activité 21 :
Soit $f(x) = x^2 + 2$. **Déterminer** les équations des tangentes en 0 et en -1.

Activité 22 :
Soit $f(x) = \frac{1}{x+2}$.

i. **Dire** si la fonction est dérivable en -2

ii. **Déterminer** les équations des tangentes en -3 et en -1.