CHAPITRE 7

DÉRIVÉE

- Via un smartphone : **scanner** le Qr - CODE.
- Via un ordinateur : **Cliquer** sur laPage Web

- **Recopier** le site (https ://maths-sciences.neocities.org/BTS-CM/Derive/cours.html)

I Fonction dérivée

Définition Fonction dérivée

Soit f une fonction dérivable en tout point x d'un intervalle I, alors la fonction qui à x associe $f'(x)$ est appelé ……………………………de f sur I.

On obtient le tableau de dérivation suivant :

Fonction f	Fonction f'	Ensemble de définition de f
k		
$ax+b$		
$\frac{1}{x}$		
$\sqrt{x}$		
x^{α}		
$\ln(x)$		
e^{x}		
$\sin(x)$		
$\cos(x)$		

Activité 23 :

Calculer la dérivée des fonctions suivantes :

$f(x) = \pi$ .... $f(x) = x^3$ ....

$f(x) = x^{\frac{2}{3}}$ .... $f(x) = x^{2007}$ ....

II Opérations

$u(x)$ et $v(x)$ sont deux fonctions définies et dérivables sur un même intervalle I.

Opération	Fonction	Dérivée
Addition		
Multiplication par un nombre		
Multiplication		
Puissance		
Division		
Inverse		
Fonction composée		
exponentielle		
logarithme		
sinus		
cosinus		

Activité 24 :

Calculer la dérivée des fonctions suivantes :

- $f(x) = x^3 + x + 3$: ....
....
- $f(x) = 3(x^2 + 4)$: ....
....
- $f(x) = (-2x + 3)(5x - 3)$: ....
....
- $f(x) = (2x - 7)^2$: ....
....
- $f(x) = \dfrac{3x - 4}{x^2 + 3}$: ....
....
- $f(x) = \dfrac{1}{-3x + 1}$: : ....
....
- $f(x) = e^{3x+1}$: ....

....
- $f(x) = \ln(-2x+5)$: ....

....
- $f(x) = \cos(2x+1)$: ....

....

III Étude des variations d'une fonction

III.1 Lien entre dérivation et sens de variation d'une fonction

Il existe un lien entre le signe du coefficient directeur de la tangente de la courbe $\mathcal{C}$ et le sens de variation de la fonction f.

On suppose que f est dérivable sur I.

- f est croissante sur I $\Longleftrightarrow f'(x) \geqslant 0$ pour tout $x \in$ I.
- f est décroissante sur I $\Longleftrightarrow f'(x) \leqslant 0$ pour tout $x \in$ I.
- f est constante sur I $\Longleftrightarrow f'(x) = 0$ pour tout $x \in$ I.

Il est donc possible de déterminer les variations d'une fonction à partir du signe de sa dérivée.

<u>**Activité 25 :**</u> **Étude d'une fonction polynôme :**
Soit $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x - 1$, définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
Déterminer le sens de variation de la fonction $f(x)$:

- **Déterminer** la dérivé $f'(x)$, pour tout réel x on a : ....
- **Déterminer** les solutions de $f'(x)$ ....

....

....

....

- **Déduire** les variations de la fonction f :

x	
signe de $f'(x)$	
variations de f	

<u>**Activité 26 :**</u> **Etude d'une fonction logarithme :**
Soit $g(x) = 2x^2 + 1 - \ln x$, définie et dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$.
Déterminer le sens de variation de la fonction $g(x)$:

- **Déterminer** la dérivé $g'(x)$, pour tout réel $x > 0$ ....
- **Déterminer** les solutions de $g'(x)$ ....

....
....
....

- **Déterminer** le signe de la dérivée grâce à un tableau de signes puis en **déduire** les variations de la fonction g :

x	
signe de $g'(x)$	
variations de g	

Activité 27 : Etude d'une fonction exponentielle :
Soit $h(x) = (x+2)\ e^{-x}$, définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
Déterminer le sens de variation de la fonction $h(x)$:

- **Déterminer** la dérivé $h'(x) =$, pour tout réel x ....
- **Déterminer** les solutions de $h'(x)$ ....

....
....
....

- **Déterminer** le signe de la dérivée grâce à un tableau de signes puis en **déduire** les variations de la fonction h :

x	
signe de $h'(x)$	
variations de h	